Proprietà fondamentale delle proporzioni

Quando si parla di proporzioni, la prima regola che è bene memorizzare è quella legata alla proprietà fondamentale:

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

Considerando la forma generica:

$$\mathbf{A : B = C : D}$$

secondo la proprietà fondamentale delle proporzioni, avremo:

$$\mathbf{B \cdot C = A \cdot D}$$

Questa proprietà è estremamente importante, perché permette, innanzitutto, di verificare se una uguaglianza di rapporti tra grandezze è effettivamente una proporzione; inoltre, se in una proporzione è presente un termine incognito, la proprietà fondamentale delle proporzioni permette di ricavare il valore di questo termine.

Esempio 1:

2; 6; 9; 27

Si vuole verificare se questo gruppo di numeri (nell'ordine in cui sono scritti) rappresenta una proporzione, applicando la proprietà fondamentale; in pratica:

$2 : 6 = 9 : 27$ è una proporzione?

Considerando la regola stabilita dalla proprietà fondamentale, è necessario trovare il prodotto dei medi ed il prodotto degli estremi:

Prodotto dei medi: $6 \cdot 9 = \mathbf{54}$

Prodotto degli estremi: $2 \cdot 27 = \mathbf{54}$

Come si può facilmente vedere, il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi, quindi si tratta di una proporzione.

Esempio 2:

10; 3; 40; 5

Si vuole verificare se questo gruppo di numeri (nell'ordine in cui sono scritti) rappresenta una proporzione, applicando la proprietà fondamentale; in pratica:

$10 : 3 = 40 : 5$ è una proporzione?

Considerando la regola stabilita dalla proprietà fondamentale, è necessario trovare il prodotto dei medi ed il prodotto degli estremi:

Prodotto dei medi: $3 \cdot 40 = \mathbf{120}$

Prodotto degli estremi: $10 \cdot 5 = \mathbf{50}$

Come si può facilmente vedere, il prodotto dei medi non è uguale al prodotto degli estremi, quindi non si tratta di una proporzione.

Esempio 3:

$5 : x = 20 : 40$

In questo esempio si vuole calcolare il valore del termine incognito x (uno dei medi).

Applicando la proprietà fondamentale, avremo:

$20 \cdot x = 5 \cdot 40$ (cioè che il prodotto dei medi deve essere uguale al prodotto degli estremi)

Dividendo entrambi i termini per 20, si ottiene:

$$x = \frac{5 \cdot 40}{20} = 10$$

La proporzione risulta **5 : 10 = 20 : 40**.

<u>Regola pratica</u>: se devo trovare il valore di un medio incognito, faccio il prodotto degli estremi e divido per il medio che conosco!

Esempio 4:

$6 : 54 = 2 : x$

In questo esempio si vuole calcolare il valore del termine incognito x (uno degli estremi).

Applicando la proprietà fondamentale, avremo:

$54 \cdot 2 = 6 \cdot x$ (cioè che il prodotto dei medi deve essere uguale al prodotto degli estremi)

Dividendo entrambi i termini per 8, si ottiene:

$$x = \frac{54 \cdot 2}{6} = 18$$

La proporzione risulta **6 : 54 = 2 : 18**.

<u>Regola pratica</u>: se devo trovare il valore di un estremo incognito, faccio il prodotto dei medi e divido per l'estremo che conosco!